



მაგიდა №

01.05.2011/ მათ/ IV/ 366

ამოცანა №

3

გვერდი №

1

~~შეიძლება განვიხილო  $f(f(n)) = n + 2011$  ფუნქცია~~  
 რაკ უშუალოდ, ასეთი ფუნქცია არ არსებობს.  
 მაშინ  $n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$  ნებისმიერი  $n$ -ისთვის  
 სიყრდობა  $f(f(n)) = n + 2011$ .  
 მაშინ  $f(n + 2011) = f(f(f(n))) = f(n) + 2011$ .  
 უნდა გავიგოთ, რომ  $f(n + 2011) = f(n) + 2011$ .  
 ნებისმიერი  $n \in \mathbb{N}_0$  -ისთვის.  
 $f(f(n)) - n = 2011$   
 ანუ  $f(f(f(n))) - f(n) = 2011$ .  
 უნდა გავიგოთ, ფუნქცია არ არსებობს.  
 ხადგანაა  $f(n + 2011) = f(n) + 2011$ ,  
 ანუ  $f(n + 2011z) = f(n) + 2011z$ .  
 ვინაიდან ფუნქცია მათემატიკურად არსებობს,  
 ანუ  $n \geq 2011$  ყველა  $f(n)$  არის განსაზღვრული.  
 მაშინ  $n < 2011$  ყველა  $f(n)$  განსაზღვრულია  $2011$ -ზე.  
 უნდა გავიგოთ, რომ  $f(n) \geq 2011$ .  
 $f(n + 2011z) = f(n) + 2011z$  — აქედან ჩანს, რომ  
 რა  $f(n + 2011z) \geq 2011$ , მაშინ  $n$ -ის ყოველი  $2011$ -ზე.  
 უნდა გავიგოთ, რომ  $f(0) \geq 2011$ .



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

01.05.2011/ მათ/ IV/ 366

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

ე.ი.  $f(0) = 2011$ .  
 ხოლო ხაღვან  $f(0) \leftarrow f(f(0)) = 0$ ,  
 ხოლო  $f(f(0)) = 2011$ , ამიტომ  $f(0) = 0$ .  
 მაშინ  $f(f(0)) = f(0) = 0$ .  
 ე.ი.  ~~$f(0) = 2011$~~   
 $f(f(0)) = 0$   
 თანაც  $f(f(0)) = 0 + 2011 = 2011$   
 $2011 = 0$   
 მივიღეთ წინააღმდეგობა.  
 ე.ი. ასეთი ფუნქცია არ არსებობს.